

1. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x \, dx =$

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{3}{16}$

(D) $\frac{2}{9}$

(E) $\frac{2}{15}$

2. $\int_0^1 xe^{-x} \, dx =$

(A) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2e}$

(B) -1

(C) $\frac{1}{2+2e}$

(D) $1 - \frac{2}{e}$

(E) $\frac{1}{e}$

3. $\int \frac{dt}{\sqrt{-t^2 + 4t - 3}} =$

- (A) $\sin^{-1}(t + 2) + C$
- (B) $\tan^{-1}(t - 2) + C$
- (C) $\sec^{-1}(t + 2) + C$
- (D) $\sin^{-1}(t - 2) + C$
- (E) $\tan^{-1}(t + 2) + C$

4. $\int_2^3 \frac{x + 1}{x^3 - x^2} dx =$

- (A) $3 \ln 2 - 2 \ln 3 - \frac{1}{3}$
- (B) $4 \ln 2 - 2 \ln 3 - \frac{1}{6}$
- (C) $3 \ln 2 - 4 \ln 3 - \frac{1}{2}$
- (D) $2 \ln 2 - 3 \ln 3 + \frac{1}{4}$
- (E) $4 \ln 2 - 3 \ln 3 - \frac{1}{4}$

5. $\int_0^1 \frac{x^5}{x^3 + 3} dx =$

(A) $\ln 3 - \ln 4 + \frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{6} (\ln 4 - \ln 3)$

(C) $\frac{1}{6} \ln 4$

(D) $\frac{1}{18} + \ln 4 - \ln 3$

(E) $\frac{1}{3} \ln 4 - \frac{1}{2} \ln 3$

6. $\int (x^2 - 1)^{-3/2} dx =$

(A) $-\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} + C$

(B) $\frac{2}{\sqrt{x^2 - 1}} + C$

(C) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 1) + C$

(D) $(\sinh^{-1} x)^3 + C$

(E) $\frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}} + C$

7. $\int_0^9 \frac{1}{(x-1)^{2/3}} dx =$

- (A) 0 (B) 9 (C) 6 (D) diverges (E) 3

8. $\int_1^{\infty} \frac{x}{2x^2-1} dx =$

- (A) 0 (B) $\ln\left(\frac{1}{4}\right)$ (C) diverges (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{4}$

9. A sequence $\{a_n\}$ is given, with $a_1 = 1$, and with the recursion formula

$$a_{n+1} = \begin{cases} 1 + 3a_n, & \text{if } a_n \text{ is an odd integer,} \\ \frac{1}{2}a_n, & \text{if } a_n \text{ is an even integer.} \end{cases}$$

Then, $a_{60} =$

- (A) 3 (B) 10 (C) 2 (D) 1 (E) 4

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[(-1)^n + 2 \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right) \right] =$

- (A) 3 (B) 1 (C) does not exist (D) 0 (E) ∞

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} [\ln(2n^2 + 1) - 2 \ln n] =$

- (A) 2 (B) 0 (C) does not exist (D) $\ln 2$ (E) ∞

12. Let $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ be an infinite series, with partial sums s_1, s_2, s_3, \dots . Which of these statements is true?

(A) $s_k = s_{k-1} + a_k$

(B) $a_n = s_1 + s_2 + \dots + s_n$

(C) If $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ exists, then $\lim_{k \rightarrow \infty} s_k$ also exists.

(D) $a_n = s_1 - s_2 + \dots + (-1)^{n-1} s_n$

(E) $a_n = a_{n-1} + s_n$

13. $\sum_{n=1}^k \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) =$

(A) $\ln(k^2 + k)$

(B) $\ln k$

(C) $\ln k - \ln(k - 1)$

(D) $\ln(k + 1) - \ln k$

(E) $\ln(k + 1)$

14. $\sum_{n=1}^k 3^n =$

(A) $\frac{3}{8}(3^{k+1} - 1)$

(B) $\frac{3}{2}(3^{k+1} - 1)$

(C)

$\frac{1}{2}(3^{k+1} - 1)$

(D) $\frac{3}{2}(3^k - 1)$

(E) $\frac{1}{2}(3^k - 1)$

15. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^{n+1}}{5^n} \right) =$

(A) $\frac{5}{3}$

(B) $\frac{8}{5}$

(C) $\frac{10}{3}$

(D) diverges

(E) $\frac{4}{3}$

16. Given the infinite series

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3} \right)^{-n}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-2/3}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-3n}$

(A) All three converge

(B) (1) and (3) converge, (2) diverges

(C) (1) and (3) diverge, and (2) converges

(D) (1) and (2) diverge, (3) converges

(E) All three diverge